

C U P R I N S

Prefață la ediția a doua	7
--------------------------------	---

Partea întâi

Elemente de algebră liniară și optimizare liniară	9
--	----------

1. Noțiuni de algebră liniară	11
1.1. Noțiuni (recapitulative) de calcul matriceal	13
1.1.1. Definiții și notații	13
1.1.2. Egalitatea matricelor	14
1.1.3. Adunarea și scăderea matricelor	15
1.1.4. Înmulțirea unei matrice cu un număr (scalar)	15
1.1.5. Înmulțirea (sau produsul) a două matrice	16
1.1.6. Transpunerea unei matrice	16
1.1.7. Partiționarea matricelor	17
1.1.8. Determinant asociat unei matrice pătrate	17
1.1.9. Inversa unei matrice	19
1.1.10. Rangul unei matrice	19
1.1.11. Transformări elementare de matrice	20
1.1.12. Inversare prin partiționare	22
1.1.13. Aplicații propuse	24
1.2. Sisteme de ecuații liniare	27
1.2.1. Generalități	27
1.2.2. Rezolvarea sistemelor neomogene	28
1.2.3. Rezolvarea sistemelor omogene	33
1.2.4. Rezolvare parțială prin partiționare	34
1.2.5. Aplicații propuse	35
1.3. Sisteme de inecuații liniare	37
1.3.1. Generalități	37
1.3.2. Rezolvare algebrică	38
1.3.3. Rezolvare grafică	39
1.3.4. Aplicații propuse	40
1.4. Spațiul vectorial (liniar) \mathbb{R}^n	41
1.4.1. Definiții generale	41
1.4.2. Spațiul vectorial \mathbb{R}^n	42
1.4.3. Dependența și independența liniară în \mathbb{R}^n	43
1.4.4. Bază a spațiului vectorial (liniar) \mathbb{R}^n	45
1.4.5. Soluții de bază ale unui sistem de ecuații liniare	47

1.4.6. Subspații liniare (vectoriale) în \mathbb{R}^n	49
1.4.7. Calculul inversei unei matrice obținute prin schimbarea unei coloane sau linii a matricei A folosind inversa ei A^{-1}	50
1.4.8. Aplicații propuse	52
1.5. Spațiul euclidian real \mathbb{R}^n	54
1.5.1. Produs scalar	54
1.5.2. Vectori ortogonali	55
1.5.3. Norma	56
1.5.4. Distanța	58
1.5.5. Aplicații propuse	58
1.6. Varietăți liniare în \mathbb{R}^n	61
1.6.1. Dreaptă și semiplan în spațiul \mathbb{R}^2	61
1.6.2. Plan, dreaptă și semispațiu în spațiul \mathbb{R}^3	62
1.6.3. Hiperplan, semispațiu, tronson și poliedru în \mathbb{R}^n	62
1.6.4. Aplicații propuse	63
1.7. Funcționale liniare și funcționale pătratice	64
1.7.1. Funcționale liniare	64
1.7.2. Vectori și valori proprii ale unei matrice	66
1.7.3. Funcționale pătratice	67
1.7.4. Aplicații propuse	73
1.8. Mulțimi și funcții convexe în \mathbb{R}^n	74
1.8.1. Mulțimi convexe	74
1.8.2. Funcții convexe	78
1.8.3. Aplicații propuse	81
2. Elemente de optimizare liniară în variabile continue	83
2.1. Definiții și terminologie	85
2.2. Probleme economice care conduc la modele de optimizare liniară	87
2.2.1. Folosirea eficientă a resurselor limitate	87
2.2.2. Alocare optimă de fonduri bănești	89
2.2.3. Probleme de nutriție	90
2.2.4. Modele de tip transport	91
2.3. Forme de prezentare a unei probleme de programare liniară (PPL)	92
2.3.1. Forma generală	92
2.3.2. Forma standard	93
2.3.3. Forma canonică	94
2.4. Trecerea de la o formă de prezentare la alta	95
2.4.1. Trecerea de la forma generală la forma standard	95
2.4.2. Trecerea de la forma canonică la forma standard	96
2.4.3. Trecerea de la forma generală la forma canonică	96
2.4.4. Aplicații propuse	97
2.5. Soluțiile unei probleme de programare liniară (PPL)	98
2.5.1. Soluții posibile	98
2.5.2. Soluții de bază	99

2.5.3. Soluții optime	103
2.6. Rezolvarea unei probleme de programare liniară	106
2.6.1. Metoda grafică	106
2.6.2. Metoda algebrică	108
2.6.3. Algoritmul simplex	110
2.6.4. Aplicații propuse	143
2.7. Dualitate în programarea liniară	149
2.7.1. Definiții și proprietăți	149
2.7.2. Teoreme ale dualității	154
2.7.3. Soluționarea cuplului de probleme duale	157
2.7.4. Aplicații propuse	162
2.8. Algoritmul simplex dual	163
2.8.1. Definiții	163
2.8.2. Probleme cu soluții dual posibile de bază	164
2.8.3. Probleme fără soluții dual posibile de bază	166
2.8.4. Aplicații propuse	170
2.9. Reoptimizare în programarea liniară	172
2.9.1. Formularea problemei reoptimizării	172
2.9.2. Modificarea termenului liber	173
2.9.3. Modificarea coeficienților funcției obiectiv	175
2.9.4. Modificarea unei coloane a matricei restricțiilor	176
2.9.5. Modificarea unei linii a matricei restricțiilor	180
2.9.6. Adăugarea unor variabile noi	182
2.9.7. Adăugarea unor noi restricții	184
2.9.8. Modificarea mai multor elemente ale problemei	187
2.9.9. Utilitate practică	189
2.9.10. Aplicații propuse	189
2.10. Programare liniară parametrică	191
2.10.1. Formularea problemei parametrizării	191
2.10.2. Dependența liniară de un parametru a termenului liber	192
2.10.3. Dependența liniară de doi parametri a termenului liber	195
2.10.4. Dependența neliniară de un parametru a termenului liber	197
2.10.5. Dependența liniară de un parametru a funcției obiectiv	198
2.10.6. Comentarii și utilitate practică	200
2.10.7. Aplicații propuse	201
2.11. Modele liniare de tip transport	203
2.11.1. Formularea problemei	203
2.11.2. Rezolvarea problemelor echilibrate de minimizare	206
2.11.3. Degenerarea soluțiilor	216
2.11.4. Rezolvarea problemelor echilibrate de maximizare	219
2.11.5. Rezolvarea problemelor neechilibrate	222
2.11.6. Modele liniare de tip transport speciale	225
2.11.7. Aplicații propuse	234

3. Elemente de optimizare liniară în numere întregi	237
3.1. Generalități.....	239
3.1.1. Formularea problemei	239
3.1.2. Un exemplu numeric	241
3.2. Metodele lui Gomory pentru rezolvarea unei PPLNI.....	244
3.2.1. Ideea lui Dantzig	244
3.2.2. Algoritmul lui Gomory pentru soluționarea unei PPLTNI	245
3.2.3. Algoritmul lui Gomory pentru soluționarea unei PPLPNI.....	258
3.2.4. Un algoritm al lui Gomory pentru o clasă particulară de PPLTNI	272
3.2.5. Dificultăți legate de metodele lui Gomory	280
3.3. Alte metode de rezolvare a PPLTNI.....	280
3.3.1. Precizări.....	280
3.3.2. Algoritmul Dantzig - Manne	281
3.3.3. Metoda secvențială a lui Bellman	282
3.3.4. Metode de enumerare și evaluare a soluțiilor	295
3.4. Unele comentarii	301
3.5. Aplicații propuse	303

Partea a doua

Elemente de analiză matematică și optimizare neliniară	309
4. Noțiuni de analiză matematică	311
4.1. Serii de numere	313
4.1.1. Definiții și proprietăți generale	313
4.1.2. Serii cu termeni oarecare.....	316
4.1.3. Serii alternate	317
4.1.4. Serii cu termeni pozitivi	318
4.1.5. Aplicații propuse	325
4.2. Serii de funcții. Serii de puteri	328
4.2.1. Definiții și proprietăți generale	328
4.2.2. Serii de puteri	335
4.2.3. Serii Taylor.....	340
4.2.4. Dezvoltări în serie	341
4.2.5. Aplicații propuse	343
4.3. Integrale generalizate sau improprii.....	346
4.3.1. Formularea problemei	346
4.3.2. Integrale cu limite de integrare infinite	346
4.3.3. Integrale din funcții nemărginite	348
4.3.4. Integrale euleriene	351
4.3.5. Aplicații propuse	354
4.4. Funcții de mai multe variabile	355
4.4.1. Noțiuni introductive	355

4.4.2. Funcții definite pe mulțimi din \mathbb{R}^n	361
4.4.3. Limite. Continuitate	364
4.4.4. Derivate parțiale. Diferențiale	367
4.4.5. Formula lui Taylor	381
4.4.6. Extreme libere sau necondiționate	383
4.4.7. Diferențiale și derivate parțiale ale funcțiilor compuse	390
4.4.8. Funcții omogene	392
4.4.9. Funcții implicite	394
4.4.10. Extreme cu legături sau condiționate	402
4.4.11. Aplicații propuse	412
4.5. Noțiuni despre integrala dublă	423
4.5.1. Definiție și criterii de integrabilitate	423
4.5.2. Proprietăți ale integralei duble	425
4.5.3. Calculul integralei duble	426
4.5.4. Schimbarea de variabile în integrale duble	430
4.5.5. Aplicații propuse	431
4.6. Noțiuni despre ecuații diferențiale de ordinul întâi	433
4.6.1. Generalități	433
4.6.2. Ecuații cu variabile separabile	435
4.6.3. Ecuații omogene	435
4.6.4. Ecuații liniare	436
4.6.5. Ecuații de tip Bernoulli	437
4.6.6. O problemă privind capitalul acumulat	438
4.6.7. Aplicații propuse	439
5. Elemente de optimizare neliniară	441
5.1. Formularea problemei	443
5.2. Funcții convexe și funcții concave. Completări	445
5.3. Optimizare	448
5.3.1. Optimizare fără condiții	448
5.3.2. Optimizare cu condiții. Teorema Kuhn-Tucker	450
5.3.3. Aplicații propuse	460
5.4. Optimizare în ajustări și previziune	461
5.4.1. Formularea problemei	461
5.4.2. Metoda celor mai mici pătrate	462
5.4.3. Aplicații propuse	466
5.5. Optimizare în gestiunea stocurilor și a fondurilor bănești	467
5.5.1. Formularea problemei	467
5.5.2. Model de gestiune cu cerere constantă, perioadă constantă de reprovizionare și fără ruptură de stoc	468
5.5.3. Model de gestiune cu cerere constantă, perioadă constantă de reprovizionare și ruptură de stoc	470
5.5.4. Aplicații în gestiunea lichidităților bănești	472
5.5.5. Aplicații propuse	473

5.6. Repartizare optim-utilă a fondurilor	474
5.6.1. Utilitate globală.....	474
5.6.2. Repartizare optim-utilă.....	477
5.6.3. Aplicații propuse	478
5.7. Conexiuni optime în modelele de tip funcții de producție	479
5.7.1. Funcții de producție.....	479
5.7.2. Conexiuni optime	481
5.7.3. Aplicații propuse	482

Partea a treia

Elemente de calculul probabilităților, statistică matematică

și optimizare stochastică	483
6. Noțiuni de calculul probabilităților	485
6.1. Câmp finit de evenimente	487
6.1.1. Evenimente	487
6.1.2. Operații cu evenimente.....	488
6.1.3. Câmp de evenimente	491
6.1.4. Aplicații propuse	493
6.2. Câmp de probabilitate	497
6.2.1. Definiția clasică a probabilității	497
6.2.2. Definiția axiomatică a probabilității	498
6.2.3. Proprietăți ale probabilității	499
6.2.4. Probabilitate condiționată. Independența probabilistă	501
6.2.5. Formule de adunare și formule de înmulțire ale probabilităților	504
6.2.6. Inegalitatea lui Boole	506
6.2.7. Formula probabilității totale și formula lui Bayes	507
6.2.8. Scheme de calcul al probabilităților	509
6.2.9. Aplicații propuse	515
6.3. Variabile aleatoare	524
6.3.1. Definiții, notații și proprietăți	524
6.3.2. Operații cu variabile aleatoare discrete	528
6.3.3. Funcția de repartiție	533
6.3.4. Densitate de repartiție	536
6.3.5. Aplicații propuse	540
6.4. Valoare medie, dispersie, momente	547
6.4.1. Valoarea medie.....	547
6.4.2. Dispersie. Abatere medie pătratică. Momente	552
6.4.3. Inegalitatea lui Cebîșev	556
6.4.4. Mediană, cuantile, modă, asimetrie și exces	557
6.4.5. Aplicații propuse	559
6.5. Corelație și regresie	565
6.5.1. Variabile aleatoare bidimensionale. Vectori aleatori.....	565

6.5.2. Corelație sau covarianță	570
6.5.3. Coeficient de corelație. Matrice de corelație	571
6.5.4. Variabile aleatoare condiționate	580
6.5.5. Valori medii condiționate. Rapoarte de corelație	584
6.5.6. Funcții de regresie. Dreapta de regresie	591
6.5.7. Aplicații propuse	594
6.6. Funcția caracteristică. Funcția generatoare de momente	606
6.6.1. Funcția caracteristică.....	606
6.6.2. Funcția generatoare de momente.....	610
6.6.3. Aplicații propuse	612
6.7. Repartiții clasice	613
6.7.1. Repartiții discrete unidimensionale.....	613
6.7.2. Repartiții continue unidimensionale	619
6.7.3. Repartiția normală bidimensională	648
6.7.4. Aplicații propuse	650
6.8. Legea numerelor mari	651
6.8.1. Formularea problemei	651
6.8.2. Tipuri de convergență pentru șiruri de variabile aleatoare	652
6.8.3. Teoreme ale legii numerelor mari	654
6.8.4. Aplicații propuse	661
6.9. Repartiții și teoreme limită	663
6.9.1. Formularea problemei	663
6.9.2. Teoreme limită	663
6.9.3. Aplicații propuse	667
6.10. Noțiuni despre procese aleatoare de tip Markov	668
6.10.1. Definiții și notații generale.....	668
6.10.2. Procese Markov. Considerații generale.....	675
6.10.3. Lanțuri Markov cu mulțimea stărilor discretă.....	678
6.10.4. Procese Poisson.....	690
6.10.5. Procese de naștere și de moarte.....	700
7. Noțiuni de statistică matematică	709
7.1. Selecție.....	711
7.1.1. Considerații generale.....	711
7.1.2. Prezentări și prelucrări ale observațiilor	712
7.1.3. Fundamente teoretice	722
7.1.4. Aplicații propuse	734
7.2. Estimații	736
7.2.1. Formularea problemei estimației.....	736
7.2.2. Tipuri de estimatori și de estimații.....	738
7.2.3. Estimare punctuală	746
7.2.4. Estimare prin intervale de încredere	753
7.2.5. Aplicații propuse	761

7.3 Ipoteze statistice.....	764
7.3.1. Noțiuni generale	764
7.3.2. Modalitatea de verificare a ipotezelor. Regiune critică	765
7.3.3. Erori și riscuri.....	766
7.3.4. Puterea unui test. Cel mai puternic test.....	767
7.3.5. Ipoteze asupra parametrilor repartiției normale	772
7.3.6. Aplicații propuse	778
8. Elemente de optimizare în condiții probabiliste	781
8.1. Generalități.....	783
8.2. Gestiune optimă de stocuri sau de fonduri bănești	784
8.2.1. Formularea problemei	784
8.2.2. Model cu cerere aleatoare, cost unitar de penalizare pentru suprastocare, cost unitar de penalizare pentru penurie (substocare) și cost de stocare neglijabil	785
8.2.3. Model cu cerere aleatoare, cost unitar de stocare și cost unitar de penalizare pentru penurie	791
8.2.4. Aplicații în gestiunea lichidităților bănești	796
8.3. Finanțări optime cu costuri și beneficii aleatoare	798
8.3.1. Formularea problemei	798
8.3.2. Criterii de evaluare a finanțărilor optime	803
8.3.3. Portofolii riscate MD - eficiente	809
8.4. Legi de repartiție entropic optimale	816
8.4.1. Formularea problemei	816
8.4.2. Măsuri ale cantității de informație	817
8.4.3. Principiul informației maxime	819
8.4.4. Repartiții optime.....	820
8.4.5. Aplicații în gestiunea financiară	823
8.5. Aplicații propuse.....	824
 Bibliografie	 829